МГУ им. М.В. Ломоносова
Дополнительное вступительное испытание по математике 2019

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее

$$\sqrt{2019 \cdot 2029 - 2016 \cdot 2032}$$

2. Найдите $a + b + c$. если известно, что $a + 2b = 3$, $b + 2c = 4$, $c + 2a = 5$.

3. Решите уравнение $7 \sin x + 2 \cos 2x = 5$.

4. Решите неравенство $2^{log_2^2 x} + 7x^{log_2 x} < 16$.

5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 4$. Найдите $AB,$ если известно, что площадь треугольника ABC равна 18, а тангенс угла $\angle DCL$ равен 5/3.

6. Найдите нее пары вещественных чисел (a, b), при которых неравенство
$2a(x + 2)^4 + 9b(x - 2)^4 \geq x^4 + 24x^2 + 16$
справедливо для всех вещественных x.

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π. Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1; $\sqrt{2}$; 2.

8. Найдите все $x;\ y$ из интервала (–π; π]. удовлетворяющие системе уравнений:

$$\begin{cases} 10\sqrt{6} sinx + 5 siny + 4\sqrt{3} sin\dfrac{x+y}{2} = 6\sqrt{6} \\ 5\, sinx\, siny + 4\sqrt{3}\, sinx\, sin\dfrac{x+y}{2}\sqrt{2}\, siny\, sin\dfrac{x+y}{2} = \dfrac{6\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$