

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

ВАРИАНТ 201

1. Известно, что $f(x) = \frac{x}{1+x} + \frac{1-x}{x} - \frac{1}{24}$. Найдите $f\left(\frac{3}{5}\right)$.
2. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 105, которые делятся на 3, но не делятся на 5.
3. Решите уравнение $\operatorname{tg} 2x = 2 \cos 2x \operatorname{ctg} x$.
4. Решите неравенство $\log_{2x} 16 - \log_{4x} 8 \leq 1$.
5. В равнобедренном треугольнике ABC с равными сторонами AB и BC проведены биссектрисы AD и CE . Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB и BC в точках K и L соответственно. Найдите DE , если $AC = 12$ и $KL = 9$.
6. Дана треугольная призма $ABC A'B'C'$ с основанием ABC и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' . На диагоналях AB' , BC' , CA' отмечены точки D , E , F соответственно. Найдите отношение, в котором плоскость DEF делит отрезок AA' , если $AD : DB' = 1 : 1$, $BE : EC' = 1 : 2$, $CF : FA' = 1 : 3$.
7. Найдите все положительные значения параметра a , при которых уравнение

$$\log_{2-x} (a^{2+x} + 2a^{1-x} + x - 1) + \log_{2+x} (a^{2-x} + 2a^{1+x} - x - 1) = 2$$

имеет ровно одно решение (относительно x).